Квантовые эффекты в модели гравитации Хоравы-Лифшица

Николаев Александр
Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук, профессор
Белокуров Владимир Викторович
Научный консультант: член-корр. РАН, доктор физ.- мат. наук,
Горбунов Дмитрий Сергеевич.

Кафедра физики частиц и космологии

31 мая 2021 г.

Гравитация Хоравы-Лифшица

Проблемы:

— неперенормируемость гравитации Эйнштейна

— проблема сингулярности.

Одной из идей, разрешающих эти проблемы, является добавление к действию Эйнштейна-Гильберта слагаемых квадратичных по кривизне

$$S = \frac{1}{16\pi G_N} \int d^4x \sqrt{-g}(R + R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}) \tag{1}$$

Теория становится перенормируемой, однако не является стабильной.

Попытка решения проблемы — Лоренц-неинвариантная теория.

Нарушение: Преобразования:

$$t \to b^d t, \quad x^i \to bx^i, \quad t \to \xi^0(t), \quad x^i \to \xi^i(t, \vec{x}) \tag{2}$$

АДМ разложение:

$$ds^2 = -N^2 dt^2 + \gamma_{ij}(dx^i + N^i dt)(dx^j + N^j dt) \tag{3}$$

γ_{ij} — пространственная метрика.
Действие в теории Хоравы - Лившица:

$$S = \frac{1}{2\chi^2} \int dt dx^d \sqrt{\gamma} N((K_{ij}K^{ij} - \lambda K^2) - V(\gamma_{ij}, N, N^i)) \tag{4}$$

$V(\gamma_{ij}, N, N^i)$ — полином до порядка $2d$ включительно, состоящий из:

$$[R_{ij}] = 2 \qquad [K_{ij}] = 3, \qquad [a_i] = \left[\frac{\nabla_i N}{N}\right] = 1, \qquad [\nabla_i] = 1 \tag{5}$$

В 3+1 действие имеет огромное количество членов, поэтому вводятся ограничивающие условия.

Одни из таких условий — проективность и непроективность.

Проективная: $N = N(t)$. Для удобства $N(t) = 1$.

Непроективная: $N = N(t, x)$.

Анализ возмущений показывает, что в теории присутствуют дополнительные скалярные моды (дополнительная степень свободы), что позволяет ввести новое поле φ

Хронное поле: $\varphi(x) = const$ — задаёт гиперповерхность.

φ — является "истинным"временем.

Вектор u_μ задаёт направление течения φ

$$u_\mu = \frac{\partial_\mu \varphi}{\sqrt{-g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi}} \tag{6}$$

Симметрия относительно преобразований

$$\varphi \to f(\varphi) \tag{7}$$

Где f — монотонная функция.
Действие в ковариантном виде в ИК пределе:

$$S = \frac{1}{2\chi^2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[R + \alpha (u^\mu \nabla_\mu u_\nu)^2 + \beta \nabla_\mu u^\nu \nabla_\nu u^\mu + \gamma (\nabla_\mu u^\mu)^2 \right] \tag{8}$$

α, β, γ — безразмерные константы и $\alpha, \beta, \lambda \ll 1$

Нарушена Лоренц-Инвариантность $\rightarrow$ возмущения с неограниченной скоростью $\rightarrow$ не может быть чёрных дыр.
Но есть решение:

"другие" чёрные дыры, где вместо причинного горизонта выступает универсальный горизонт, который появляется из-за введения хронного поля φ, и определяется условием ортогональности вектора Киллинга и вектора u_μ
Однако в проективной теории $N(t) = 1$, что делает невозможным решения с универсальным горизонтом в проективной версии. А значит, можно зондировать внутреннюю часть чёрной дыры при помощи конечных мод.

Рассмотрим статическое аксиально-симметричное решение для черных дыр в 2+1

Действие:

$$S = \frac{1}{\kappa} \int dtd^2x\sqrt{\gamma}N(K_{ij}K^{ij} - \lambda K^2 - 2\Lambda - \mu R^2) \tag{9}$$

Анзац для метрики:

$$ds^2 = (-1 + F(r))^2 dt^2 + 2F(r)dtdr + dr^2 + r^2 G(r)^2 d\theta^2. \tag{10}$$

Из варьирования по функциям хода N_i и метрике γ_{ij} можно получить систему уравнений.

Также симметрия в уравнениях позволяет ввести новую переменную Γ, что упрощает вид уравнений:

$$\Gamma(r) = \frac{1}{r} + \frac{G'(r)}{G(r)} \tag{11}$$

Для решений в ИК спектре положим $\mu = 0$, а для решений в УФ спектре $\Lambda = 0$.

Так как аналитически решить уравнения не получается, то они решаются численно для двух областей, после чего склеиваются.

Можно получить асимптотики при больших r:

— для УФ спектра:

$$F(r) = F_\infty r^{-\sigma}, \qquad \Gamma(r) = \frac{1+2\sigma}{r} \tag{12}$$

Анзац для поиска решения:

$$F(r) = F_\infty r^{-\sigma}\left[1 + \sum_{n,m} \frac{f_{(n,m)}}{r^{n+m\sigma}}\right], \qquad \Gamma(r) = \frac{1+2\sigma}{r}\left[1 + \sum_{n,m} \frac{g_{(n,m)}}{r^{n+m\sigma}}\right] \tag{13}$$

Такое решение сходится с решенем для ИК, но имеет сингулярности при конечных $r \ll 1$.

Можно получить другое решение, накладывая условия регулярности при $r = 0$, и интегрировать численно от 0 наружу.
Анзац для такого решения будет в виде ряда:

$$F(r) = \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n+1} r^{2n+1}, \qquad \Gamma(r) = \frac{1}{r} + \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_{2n+1} r^{2n+1}. \tag{14}$$

После чего сшивка двух решений при $r_m \sim 1$
Причём решения выражаются всего через две константы:

$$F_\infty, f_{(1,0)} \qquad F_1, \Gamma_1 \tag{15}$$

Для первого и второго решения соответственно.
Условия для склейки решений:

$$\Delta F|_{r_m} = \Delta F^{'}|_{r_m} = \Delta \Gamma|_{r_m} = \Delta \Gamma^{'}|_{r_m} = 0$$

$$\Delta X|_{r_m} = X_{out}(r_m) - X_{in}(r_m) \tag{16}$$

Итого: 4 уравнения на 4 константы.
Однако в силу симметрии уравнений, относительно перемасштабирования координат, позволительно избавиться в этих уравнениях от одной из 4 интегральных констант, и положить её равной 1.
Тогда: 4 уравнения и 3 неизвестных $\to$ система переопределена.
В проективной версии не удалось избавиться от сингулярностей, поэтому стоит попробовать в более сложном случае — в непроективном.

Спасибо за внимание!